

## Formas de apresentação das propostas de redação

### Análise da proposta

1. A partir de um fragmento de Ricardo Reis, solicitou-se uma dissertação, com cerca de 30 linhas, discutindo a questão das influências racionais a que nos submetemos, exposta por meio da frase: “As mãos que nos guiam”.

A proposta permite que se conceba o tema a partir de duas vertentes: destacando o papel negativo dessa influência exterior, que nos manipula e nos afasta de nossos desejos mais autênticos, muitas vezes alheios a um discurso coletivo; ou ressaltando aspectos positivos, já que a vida em sociedade exige um grau considerável de renúncia aos desejos individuais em prol dos valores da coletividade.

Para desenvolver a questão proposta, o texto poderia ater-se a apenas uma dessas abordagens ou enfocá-las ambas, propondo uma reflexão sobre a relação entre a sociedade racionalista, as correntes de pensamento orquestradas pela razão e os desejos individuais.

### Encaminhamentos possíveis

- Uma abordagem a partir da primeira perspectiva poderia desenvolver a tese de que, por meio da razão, instrumentalizada para servir aos objetivos tidos como coletivos, a sociedade promove uma autêntica domesticação do homem, manipulando suas aspirações genuínas a tal ponto que ele chega a não se reconhecer, tornando-se mero instrumento da reprodução, de bens e de idéias.
- Uma perspectiva mais flexível — apesar de reconhecer que o pensamento coletivo, formalizado pela razão, no exercício de seu papel disciplinador, por vezes leva à repressão e ao embotamento — não deixaria de destacar o papel fundamental da razão para que se estabeleçam critérios universalmente válidos que organizem a sociedade. Sem essa intermediação da razão, cada um agiria pautado exclusivamente por seus desejos momentâneos, inviabilizando qualquer julgamento objetivo. Nesse caso, o único limite para a realização dos desejos individuais seria a força, o que tornaria os mais fracos presa fácil dos mais fortes.

### Análise da proposta

2. A Banca da GV, a exemplo dos exames de anos anteriores, solicitou ao candidato que elaborasse um texto de no máximo quarenta linhas sobre um tema apresentado explicitamente na “instrução”: “as relações entre sociedade de consumo e crise ambiental”. Para subsidiar a reflexão, apresentou um fragmento do livro *A Felicidade Paradoxal: ensaio sobre a sociedade de hiperconsumo*, do filósofo francês Gilles Lipovetsky, em que ele chama a atenção para o papel dos consumidores na redução dos desequilíbrios ambientais.

O excerto trata do paradoxo entre a necessidade de preservação ambiental, devida às “ameaças de catástrofes ecológicas”, e os imperativos decorrentes de uma sociedade que hiperestimula o consumo. O trecho focaliza a responsabilidade do hiperconsumista e a urgência da busca por um *consumo durável*.

Seria desejável que o candidato compreendesse os dois conceitos utilizados: “hiperconsumismo” e

“consumo durável”. O primeiro é típico do indivíduo que responde ao estímulo de consumir produtos cada vez mais diferenciados e individualizados e que acredita ser esse o caminho para a felicidade; isso significa que tal indivíduo não estaria disposto a abrir mão desse comportamento. A idéia de “consumo durável”, por sua vez, atenderia parcialmente o hiperconsumista, pois não aboliria a “necessidade de consumo”, mas exigiria, de quem consome, uma postura responsável.

Para um desenvolvimento mais amplo do tema, conviria evitar um encaminhamento que focalizasse apenas a crítica ao comportamento consumista e, seguindo a recomendação da Banca, incluir informações que certamente fazem parte do repertório de estudantes atualizados: a discussão sobre reciclagem ou sobre a ampliação das fronteiras agrícolas para prover as necessidades de etanol ou de alimentos, por exemplo, seria bem-vinda na dissertação.

A Banca apresentou de forma simples, porém flexível um tema importante, cuja relevância não se pode contestar. O texto de apoio é claro e manifesta uma visão diferenciada.

Boa proposta, muito bem elaborada.

### Encaminhamentos possíveis

#### I. É imprescindível o papel do indivíduo na redução dos desequilíbrios ambientais.

Para desenvolver essa opinião, o candidato poderia levar em consideração os seguintes comentários:

- no capitalismo, a relação entre oferta e demanda é a responsável pela lógica de produção. Logo, seria inegável a parcela de responsabilidade daqueles que determinam o aumento da produção, muitas vezes a qualquer preço, em nome do hiperconsumismo;
- o consumidor não costuma identificar a si como responsável pela crise ambiental porque não se vê como parte integrante de um grupo (devido a seu individualismo). Além disso, costuma julgar como culpado o produtor dos bens consumidos, em quem deposita a responsabilidade por queimadas, derrubada de florestas, emissão de gases tóxicos ou de resíduo industrial;
- atos cotidianos demonstram a irresponsabilidade dos consumidores: gases tóxicos expelidos pelos canos de descarga de automóveis mal regulados, sacolas plásticas de supermercado de difícil biodegradação, consumo exagerado de produtos cujas embalagens não são reaproveitáveis, etc.;
- o hiperconsumista não consome apenas bens materiais, mas também valores a eles atrelados, como felicidade e bem-estar. Em nome destes, e temendo uma catástrofe ambiental de proporções irreversíveis, o consumidor do futuro seria cada vez mais exigente em se tratando da relação entre produção e proteção ao meio ambiente.

#### II. O produtor é o responsável maior pela diminuição dos danos ecológicos.

Para fundamentar esse ponto de vista, poderiam ser considerados, entre outros, os comentários a seguir:

- do ponto de vista pragmático, é mais eficiente estabelecer políticas públicas que forcem a modificação de práticas de produção do que interferir na conduta individual do consumidor, muito mais difícil de ser moldada;

- os consumidores tendem a ser passivos frente às estratégias de venda criadas por produtores e comerciantes, contra as quais é difícil se rebelarem sem que ocorra, antes, mudança de postura dos produtores.

### III. Consumidores e produtores são responsáveis pela proteção do ecossistema.

Para essa posição, o candidato poderia escolher um comentário de cada uma das posições anteriores, além do seguinte:

- ações efetivas de combate à degradação ambiental precisam contar com todos os envolvidos nas relações de produção e consumo. Trata-se de uma cadeia que só sofrerá mudança se as duas principais forças participantes dela agirem em prol da preservação do meio ambiente, do qual todos dependem.

### IV. Nem consumidores nem produtores são responsáveis pela redução dos desequilíbrios: o sistema não oferece saída.

Para a defesa dessa opinião mais pessimista, o candidato poderia refletir sobre o seguinte:

- considerando aspectos econômicos envolvidos na necessidade de preservação do meio ambiente, o capitalismo depende do crescimento do consumo e do esgotamento dos recursos naturais disponíveis, o que torna inviável um consumo responsável, que não prejudique a ecoesfera;
- considerando a questão sob o ponto de vista do hiperconsumista, ou seja, de alguém que vincula sua felicidade ao consumo de bens e serviços, pode-se perceber o quão inviável é a noção de consumo durável.

#### Análise da proposta

3. A proposta de redação baseou-se numa coletânea de três textos breves, cuja leitura vem direcionada pela própria Banca nas “instruções”. Caberia ao candidato redigir uma dissertação em prosa, num espaço máximo de 34 linhas, somando às informações oferecidas seus conhecimentos sobre o tema **trabalho**.

No texto 1, o trabalho é definido como uma “invenção histórica”, não como parte da essência humana. Prova disso seria o fato de ele ser passível de transformações, dependendo do momento histórico.

O autor chega a cogitar a possibilidade de um dia o trabalho vir a desaparecer.

O texto 2 aborda um aspecto cruel do trabalho no mundo contemporâneo: contrariando as expectativas de que a tecnologia pouparia o homem da obrigação de trabalhar, proporcionando-lhe maior tempo de lazer, o que ocorreu, na realidade, foi uma distribuição desigual, em que uma parte se mata de trabalhar e a outra, por não trabalhar, passa por uma série de privações.

O texto 3 trata do trabalho artístico que, diversamente dos outros tipos, poderia desenvolver-se como um processo, com ritmo determinado pelo próprio sujeito, que nele empenharia o esforço “de uma vida”. Ilustra a idéia com o exemplo de Michelangelo, que levou quatro anos para finalizar a escultura *David*.

Os três textos constroem um percurso que pode ser assim resumido: no primeiro, o trabalho é considerado como um dado de cultura, que, por isso, aceita múltiplas visões; no segundo, como dever, como garantia de sobrevivência; no terceiro, como querer, como realização pessoal.

Para abordar o trabalho como dever, o candidato poderia apresentar as seguintes idéias:

- historicamente, o trabalho adquiriu um caráter punitivo: é visto como um fardo penoso (cujo grau máximo seria a escravidão), do qual o homem deve se livrar;
- contraditoriamente, hoje é visto como bênção, já que estar livre dele, se significa estar livre do esforço, significa também estar privado da renda necessária à sobrevivência;
- o trabalho foi transformado de ofício em mercadoria, o que o submeteu à lógica do capital;
- o trabalho como dever é criticado por muitos, principalmente porque implica alienação.

Para abordar o trabalho como querer, o candidato poderia apresentar as seguintes idéias:

- a arte é a atividade em que esse tipo de trabalho é mais presente;
- o trabalho é visto como um processo, e não como um ato mensurável matematicamente;
- o valor do trabalho transcende o resultado final, já que envolve a experiência anterior, direta ou indiretamente aplicada no processo;
- o trabalho é visto como expressão da subjetividade, na busca da realização pessoal.

1. a)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{(\sqrt{5})^2 - 1^2}{4} = \frac{5-1}{4} = 1$

**Resposta: 1**

b) De  $\left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x\right]^2 + 1 = \sqrt{5} \cdot \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x$  e  $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x = t$ ,

temos:  $t^2 + 1 = \sqrt{5} \cdot t$

$t^2 - \sqrt{5}t + 1 = 0, \Delta = 1, t = \frac{\sqrt{5} \pm 1}{2}$

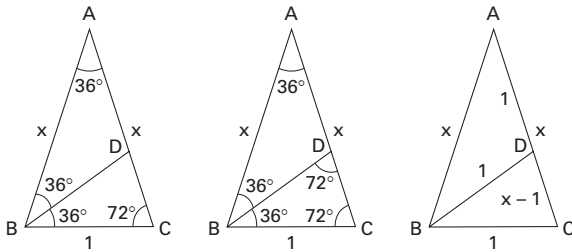
$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Leftrightarrow x = 1$

$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \Leftrightarrow x = -1$

Do item a, temos:  $\frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$

**Resposta: {1, -1}**

2.

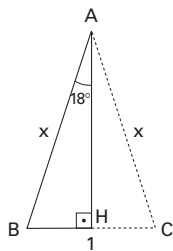


a) Da semelhança dos triângulos ABC e BCD, temos:

$\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{CD}$ , ou  $\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$

$x^2 - x - 1 = 0 \therefore x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  **Resposta:  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$**

b)



$BH = \frac{1}{2}$ ,  $AB = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$  e  $\sin 18^\circ = \frac{BH}{AB}$

$\sin 18^\circ = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}+1}{2}} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

**Resposta:  $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$**

3. Cada hexágono possui 6 arestas e cada pentágono, 5. Como cada aresta pertence a duas faces, o número total de arestas é dado por  $A = \frac{6 \cdot 20 + 5 \cdot 12}{2} = 90$ .

$V + F = A + 2$  (relação de Euler)

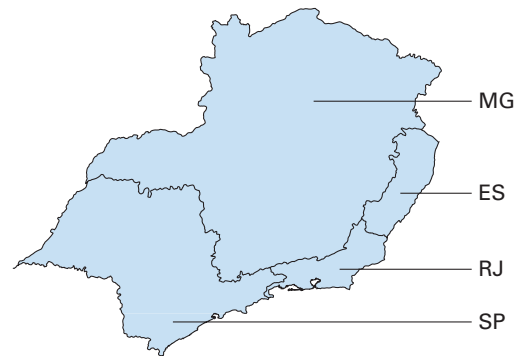
$V + 32 = 90 + 2 \therefore V = 60$

**Resposta: 60**

4. a) Como são 4 Estados com 4 cores distintas, o número de modos de colorir o mapa é dado por  $P_4 = 4!$ , isto é, 24.

**Resposta: 24**

b)



Se SP e ES têm a mesma cor, o número de modos de colorir o mapa é dado por:

$A_{5,3} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

Se SP e ES têm cores distintas, o número de modos de colorir o mapa é dado por:

$A_{5,4} = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$

Logo, o número de modos de colorir o mapa é:  $60 + 120 = 180$

**Resposta: 180**

5. De  $I_2 = \frac{2}{3} \log_{10} \left(\frac{E_2}{E_0}\right)$ ,  $I_1 = \frac{2}{3} \log_{10} \left(\frac{E_1}{E_0}\right)$  e  $I_2 = I_1 + 1$ , temos

$\frac{2}{3} \log_{10} \left(\frac{E_2}{E_0}\right) = \frac{2}{3} \log_{10} \left(\frac{E_1}{E_0}\right) + 1$ ,

Multiplicando ambos os membros por  $\frac{3}{2}$ , temos:

$\log_{10} \left(\frac{E_2}{E_0}\right) = \log_{10} \left(\frac{E_1}{E_0}\right) + \frac{3}{2}$

$\log_{10} E_2 - \log_{10} E_0 = \log_{10} E_1 - \log_{10} E_0 + \frac{3}{2}$

$\log_{10} E_2 - \log_{10} E_1 = \frac{3}{2}$

$\log_{10} \left(\frac{E_2}{E_1}\right) = \frac{3}{2} \therefore \frac{E_2}{E_1} = 10^{\frac{3}{2}}$  **Resposta:  $10\sqrt{10}$**

6. Sendo  $B = \begin{bmatrix} x & v \\ y & w \end{bmatrix}$ , temos:

$A \times B = \begin{bmatrix} 112 & 105 \\ 44 & 41 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x & v \\ y & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 112 & 105 \\ 44 & 41 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3x + 5y & 3v + 5w \\ x + 2y & v + 2w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 112 & 105 \\ 44 & 41 \end{bmatrix}$

De  $3x + 5y = 112$  e  $x + 2y = 44$ , temos  $x = 4$  e  $y = 20$ .

De  $3v + 5w = 105$  e  $v + 2w = 41$ , temos  $v = 5$  e  $w = 18$ .

Logo,  $x + y + v + w = 47$ .

**Resposta: 47**

7. a)  $y = \frac{12}{x} - 1$  (I)

$x + y - 6 = 0$  (II)

Substituindo (I) em (II), temos:

$x + \frac{12}{x} - 1 - 6 = 0$

$x^2 - 7x + 12 = 0$   $\begin{cases} \rightarrow x = 4 \text{ e } y = 2 \\ \text{ou} \\ \rightarrow x = 3 \text{ e } y = 3 \end{cases}$

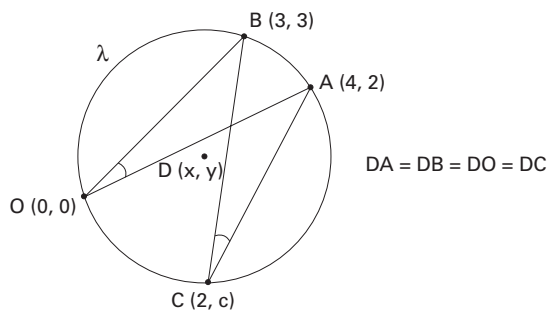
Assim, sem perda de generalidade, temos que  $A = (4, 2)$  e  $B = (3, 3)$ .

**Resposta:**  $A(4, 2)$  e  $B(3, 3)$

b) Seja  $\lambda$  a circunferência de centro  $D(x, y)$ , que passa pelos pontos  $A, B$  e  $O$ . Como  $\widehat{AOB} = \widehat{ACB}$ , podemos concluir que  $C$  pertence a  $\lambda$ .

Ainda, do enunciado,  $C = (2, c)$ , com  $c < 0$ .

Assim, temos a figura:



Temos que:

- $(DO)^2 = (DA)^2$   
 $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = (x - 4)^2 + (y - 2)^2$   
 $\therefore y = -2x + 5$  (III)
- $(DO)^2 = (DB)^2$   
 $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = (x - 3)^2 + (y - 3)^2$   
 $\therefore y = -x + 3$  (IV)

De (III) e (IV), temos que  $-2x + 5 = -x + 3$ , ou seja,  $x = 2$ . Substituindo em (IV), chegamos a  $y = 1$ . Assim,  $D = (2, 1)$ .

Ainda temos:

- $(DC)^2 = (DO)^2$   
 $(2 - 2)^2 + (c - 1)^2 = (2 - 0)^2 + (1 - 0)^2$   
 $(c - 1)^2 = 5$   $\begin{cases} \rightarrow c = 1 - \sqrt{5} \\ \text{ou} \\ \rightarrow c = 1 + \sqrt{5} \text{ (não convém)} \end{cases}$

**Resposta:**  $(2, 1 - \sqrt{5})$

8. De  $f(x + 2) = 2 \cdot f(x) + f(1)$ ,  $\forall x$ , e  $f(3) = 6$ , temos:

a) Com  $x = 1$

$f(3) = 2 \cdot f(1) + f(1)$

$6 = 3 \cdot f(1)$

$f(1) = 2$

**Resposta:** 2.

b) Com  $x = 3$

$f(5) = 2 \cdot f(3) + f(1)$

$f(5) = 2 \cdot 6 + 2$

$f(5) = 14$

**Resposta:** 14.

9. Sabemos que  $|a \cdot b| = (\text{mdc}) \cdot (\text{mmc})$ . Como  $a$  e  $b$  são positivos, temos  $a \cdot b = 5 \cdot 105$ .

a) Com  $a = 35$ , temos  $35b = 5 \cdot 105$ , isto é,  $b = 15$ .

**Resposta:** 15.

b) Podemos afirmar que existem inteiros positivos  $\alpha$  e  $\beta$ , primos entre si, tais que  $a = 5\alpha$  e  $b = 5\beta$ , pois  $\text{mdc}(a, b) = 5$ .

Temos:  $a \cdot b = 5 \cdot 105$

$5\alpha \cdot 5\beta = 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

$\alpha \cdot \beta = 3 \cdot 7$

$\alpha$	$\beta$	$a = 5\alpha$	$b = 5\beta$
1	$3 \cdot 7$	5	105
3	7	15	35
7	3	35	15
$3 \cdot 7$	1	105	5

**Resposta:**  $(5, 105)$ ,  $(15, 35)$ ,  $(35, 15)$  e  $(105, 5)$ .

10. a) Como  $-1 \leq \sin \left[ \frac{\pi}{90} (t - 105) \right] \leq 1$ , temos 2 possibilidades:

(1)  $f_{\max}(t) = A + B$  e  $f_{\min}(t) = A - B$

$\begin{cases} A + B = 14,4 \\ A - B = 9,6 \end{cases} \therefore A = 12 \text{ e } B = 2,4$

(2)  $f_{\max}(t) = A - B$  e  $f_{\min}(t) = A + B$

$\begin{cases} A - B = 14,4 \\ A + B = 9,6 \end{cases} \therefore A = 12 \text{ e } B = -2,4$

Assim, o valor de  $A$  é 12, e os possíveis valores de  $B$  são 2,4 e -2,4.

**Resposta:**  $A = 12$  e  $B = 2,4$ ; ou  $A = 12$  e  $B = -2,4$ .

b) Devemos ter:

$f(t) = A \therefore$

$A + B \cdot \sin \left[ \frac{\pi}{90} (t - 105) \right] = A$

$\therefore B \cdot \sin \left[ \frac{\pi}{90} (t - 105) \right] = 0$

$\sin \left[ \frac{\pi}{90} (t - 105) \right] = 0$ , ou seja:

$\frac{\pi}{90} (t - 105) = h \cdot \pi, h \in \mathbb{Z}$

$t - 105 = 90h, h \in \mathbb{Z}$

$t = 105 + 90h, h \in \mathbb{Z}$

Nessas condições, o menor valor positivo de  $t$  ocorre para  $h = -1$ ; ou seja:

$t = 105 + 90(-1) \therefore t = 15$

**Resposta:** 15rad.

11. a)  $(1, x, x^2, \dots, x^{n-1}, \dots)$  é uma progressão geométrica de razão  $x$ . Logo, com  $-1 < x < 1$ , temos:

$$1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} + \dots = \frac{1}{1-x}$$

De  $\frac{1}{1-x} = 5$ , temos  $1 = 5 - 5x$  e, portanto,  $x = \frac{4}{5}$ .

**Resposta:**  $\frac{4}{5}$

b)  $1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1} + \dots = 5$  (I)

Multiplicando ambos os membros por  $x$ , temos:

$$x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + nx^n + \dots = 5x$$
 (II)

De (1) e (2), subtraindo membro a membro, temos:

$$1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} + \dots = 5 - 5x$$

$$\frac{1}{1-x} = 5 - 5x$$

$$1 = 5(1-x)^2$$

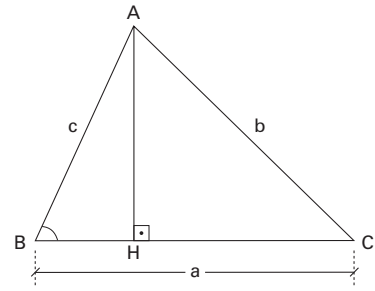
$$\frac{1}{5} = (1-x)^2$$

$$\pm \frac{\sqrt{5}}{5} = 1-x \quad \therefore \quad x = 1 \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$$

De  $-1 < x < 1$ , temos  $x = 1 - \frac{\sqrt{5}}{5}$

**Resposta:**  $1 - \frac{\sqrt{5}}{5}$ .

12.



Pelo teorema dos co-senos, temos

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \text{ e, portanto, } \cos \hat{B} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$
 (I)

No triângulo ABH, temos  $\cos \hat{B} = \frac{BH}{c}$  (II)

De (I) e (II), temos  $BH = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2a}$  (III)

$$CH = a - BH$$

$$CH = a - \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2a} \quad \therefore \quad CH = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a}$$
 (IV)

De (III) e (IV), temos  $\frac{BH}{CH} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{a^2 + b^2 - c^2}$   
(c.q.d.)

1. D  
A lei brasileira de 1831 que proibia o comércio de escravos africanos não foi respeitada. Somente em 1850, com a aprovação da Lei Eusébio de Queirós, que criava instrumentos para o cumprimento de fato da proibição do tráfico negreiro, a entrada de cativos africanos teve uma queda expressiva, estimulando o crescimento do comércio escravagista interprovincial, que abasteceu principalmente a região cafeeira.
2. a) Antes de 1850, a posse da terra se dava principalmente por concessão da Coroa — sistema de sesmarias. Com a aprovação da Lei de Terras, a posse da terra passou a ser pela compra ou pelo usucapião, o qual, no entanto, era de difícil comprovação.  
b) A lei de 1850 dificultava o acesso do imigrante pobre à posse de terras, forçando-o assim a permanecer como assalariado dos grandes proprietários rurais.
3. E  
Os partidos Liberal e Conservador, que dominaram a cena política durante o Segundo Reinado, representavam o mesmo grupo socioeconômico: a elite latifundiária e escravocrata. É natural, portanto, que as diferenças sociais e ideológicas entre eles fossem mínimas.
4. a) As Regências (1831-1840) foram períodos dos mais tumultuados e agitados da História do Brasil. Intensas disputas políticas entre membros das elites rurais e a continuidade da longa crise econômico-financeira provocaram uma série de revoltas no Rio de Janeiro (capital do Império) e nas províncias. Políticos do Partido Progressista (Liberal), apoiados por vários membros do Regressista (Conservador), acreditavam que a única maneira de impedir a fragmentação do território nacional e o agravamento das crises políticas seria a antecipação da idade legal do imperador, para que ele assumisse o trono. Em dezembro de 1840, D. Pedro foi coroado o segundo imperador do Brasil. Esse episódio ficou conhecido como Golpe da Maioridade.  
b) A primeira quadrinha exaltava a antecipação da idade legal do jovem Pedro de Alcântara, portanto favorável ao Golpe da Maioridade. Por outro lado, a canção 2 questionava a proposta de adiantamento da maioridade do príncipe, alertando a população de que essa manobra política não lhe traria mudanças significativas, já que o novo imperador continuaria sendo rodeado pelos mesmos políticos do Período Regencial.
5. D  
A pressão inglesa contra o tráfico negreiro, iniciada com os Tratados de 1810 foi se intensificando nos anos seguintes, atingindo o ponto máximo em 1845, com a aprovação pelo governo britânico do Bill Aberdeen, permitindo o aprisionamento dos navios negreiros inclusive em águas territoriais brasileiras. Apesar do Bill Aberdeen não ter ocasionado a redução do tráfico — que pelo contrário, aumentou — o governo imperial decidiu que o melhor seria acabar de vez com a importação de escravos. Foi aprovada então, em 1850, a lei Eusébio de Queirós e, em poucos anos, o tráfico negreiro desapareceu.
6. a) O quadro de conflitos que marcou as relações entre os países do Cone Sul, no século XIX, tem suas origens no caudilhismo, que contrapunha grupos agrários e políticos autoritários, cujos objetivos incluíam o controle da navegação na Bacia Platina — área de intenso comércio —, o expansionismo territorial, além da exploração do contrabando, dos roubos de gado nas fronteiras e da concorrência entre o Brasil e o Paraguai no mercado de exportação do mate. Assim, o Império compôs a Tríplice Aliança com a Argentina do governo Mitre e o Uruguai de Venâncio Flores e bateu-se contra o Paraguai de Solano Lopes.  
b) A vitória da Tríplice Aliança representou o rompimento do equilíbrio de forças políticas e econômicas na região. Com o Paraguai destroçado, Brasil e Argentina emergiram como nações determinantes na condução dos destinos da área platina. O Uruguai manteve sua postura pendular, em relação ao Império e à República da Argentina, e finalmente a Inglaterra pôde continuar exercendo sua hegemonia sobre os mercados brasileiro e platino.
7. C  
A complexidade do movimento republicano dá conta de um contexto de oposição aos limites da monarquia — que já não satisfazia os diversos grupos — e de uma idéia de república, como solução para esses limites. Justamente por isso, esses grupos tinham sobre o futuro regime expectativas até conflitantes. A influência positivista dos militares deveria ser minimizada pela força dos coronéis ou pela “modernidade” dos republicanos históricos. Ao mesmo tempo, sua presença mostrava-se necessária, a fim de que o movimento republicano sofresse oposição mínima. A alternativa “c” aborda apenas esse último aspecto, que tange ao papel dos militares, mas parte do texto de um republicano histórico, deixando implícita a problemática.
8. a) Ainda que as idéias republicanas possam ser detectadas em vários momentos de nossa história política anteriores à década de 1870, somente nesse período seus adeptos se organizaram em partidos. Com a fundação do Partido Republicano do Rio de Janeiro e, alguns meses depois, a do Partido Republicano Paulista e de congêneres em outras províncias, o movimento a favor da República ganhou uma organização e uma capacidade de propaganda que muito contribuíram para seu fortalecimento.  
b) Se os ideais positivistas que associavam a idéia de governo forte à idéia republicana foram importante incentivo à adesão de militares ao movimento, inegavelmente a nutrida insatisfação com o regime monárquico brasileiro, que os marginalizava da política nacional, contribuiu para que participassem do golpe que instituiu o novo regime.

1. a) Fazendo a divisão entre as velocidades:  $n = \frac{108}{16} = 6,75$ .

Portanto a distância mínima que deve separar os dois veículos é  $d = 6,75 \times 4 = 27 \text{ m}$ .

- b) Para que a colisão possa ser evitada durante o tempo de reação (0,50s), o deslocamento do carro deve ser menor ou igual a 10m. Durante o tempo de reação, a velocidade do carro é  $108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$  e, portanto, o deslocamento é igual a 15m. A colisão é inevitável.

2. C

Um corpo lançado nas proximidades da Terra fica sujeito à força Peso e à força da resistência do ar. Se desprezarmos a resistência do ar, o corpo ficará sujeito unicamente à força Peso.

3. C

I. Correta — Na órbita circular, a força de atração gravitacional (Peso) é perpendicular à trajetória (resultante centrípeta); portanto ela não realiza trabalho.

II. Correta — Em um corpo em órbita, a única força aplicada é a de atração gravitacional; logo, ela será a única grandeza responsável pela alteração da velocidade vetorial do satélite.

III. Incorreta — Nas trajetórias que não são retilíneas, há alteração da direção da velocidade vetorial do corpo.

4. a) Durante o movimento na rampa A, o sistema é conservativo, então:

$$\mathcal{E}_{\text{mec}}^f = \mathcal{E}_{\text{mec}}^i \rightarrow \mathcal{E}_c^f + \mathcal{E}_p^f = \mathcal{E}_c^i + \mathcal{E}_p^i$$

$$\frac{mv^2}{2} + 0 = 0 + mgh \rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

A razão procurada é  $R_a = \frac{\sqrt{2g(T)h}}{\sqrt{2g(M)h}} = \sqrt{\frac{g(T)}{g(M)}} \rightarrow R_a = \sqrt{3}$

- b) A intensidade da força de atrito é  $F = \mu N = \mu mg$  (o plano onde há o atrito é horizontal e, portanto,  $N = P$ ). A energia mecânica dissipada corresponde ao trabalho da força de atrito que em módulo é  $|\tau| = \mu mgL$ .

A razão procurada é  $R_b = \frac{\mu mg(T)L}{\mu mg(M)L} = \frac{g(T)}{g(M)} \rightarrow R_b = 3$

- c) De acordo com o Teorema da Energia Mecânica:

$$\tau_{F_{\text{não cons}}} = \mathcal{E}_{\text{mec}}^f - \mathcal{E}_{\text{mec}}^i \rightarrow -\mu mgL = mgH_B - mgH_A \rightarrow H_B = H_A - \mu L$$

A razão procurada é  $R_c = 1$ , pois  $H_B$  independe de  $g$ .

5. a) A energia interna de um gás depende da temperatura do gás. Se não há alteração de temperatura, não há alteração na energia interna do gás:  $\Delta U = 0$ .

- b) Considerando-se o Primeiro Princípio da Termodinâmica:  $\Delta U = Q - \tau$  e que  $\Delta U = 0$ , conclui-se que:  $Q = \tau \rightarrow \tau = 6 \text{ J}$

6. B

O aumento de potência correspondente à mudança de aparelhos é:

$$\Delta P = 220 - 70 \therefore \Delta P = 150 \text{ W}$$

O acréscimo de energia consumida é:

$$\Delta \mathcal{E} = \Delta P \cdot \Delta t = 150 \cdot 6 \cdot 30 = 27000 \text{ Wh, ou } \Delta \mathcal{E} = 27 \text{ kWh}$$

1. O problema ambiental comum aos dois estados — São Paulo e Amazonas — é a **poluição atmosférica**. Em São Paulo (“céu de cinzas”), provocada pela queima de combustíveis fósseis; no Amazonas (“o céu projeta em mapas sombrios manchas da natureza calcinada”), causada pelas queimadas.
2. E  
A decomposição da matéria orgânica no solo amazônico libera nutrientes que são rapidamente absorvidos pela vegetação, possibilitando a rápida reciclagem dessas substâncias naquele bioma.
3. A fertilidade do solo pode ficar prejudicada com a morte dos organismos que existem na camada superficial. Além disso, a fumaça carrega elementos minerais para locais distantes. Quanto à secagem de riachos e córregos, a retirada da cobertura vegetal levaria a uma evaporação intensa da água, a uma compactação do solo, prejudicando a percolação da água, e ao assoreamento dos cursos de água por erosão das margens.
4. a) O  $\text{CO}_2$  é absorvido pelas plantas por difusão, principalmente pelos estômatos, quando abertos, e pela cutícula. O gás carbônico é utilizado no processo de fotossíntese, por meio do qual as plantas produzem alimento orgânico. Assim, o desaparecimento total do  $\text{CO}_2$  atmosférico resultaria na morte das plantas por falta de alimento.  
b) Os processos são a respiração animal e vegetal, decomposição e queima de combustíveis. Na respiração, o carbono presente nas moléculas orgânicas oxidadas é eliminado sob a forma de gás carbônico; os processos de decomposição também liberam esse gás, tanto por fermentação como por respiração. Combustão de matéria orgânica, seja ela fóssil ou não, devolve à atmosfera carbono sob a forma de gás carbônico.
5. B  
O texto sugere que as florestas são importantes reguladores do clima, na medida em que mantêm o ciclo hidrológico natural. Portanto, onde há florestas, há chuva.

1. a) A redução da taxa de fecundidade da população brasileira passou a ocorrer especialmente a partir de 1970 devido à crescente urbanização do país, que provocou uma série de transformações, das quais destacamos:
  - maiores facilidades de acesso aos meios contraceptivos;
  - maior participação da mulher no mercado de trabalho;
  - maior custo de criação dos filhos na área urbana.b) Desde a segunda metade do século XX, quando o Brasil passou por importantes transformações socioeconômicas, criaram-se condições favoráveis para a redução da taxa de mortalidade, tais como: o progresso da medicina e da bioquímica, o processo de urbanização acompanhado da melhoria das condições médico-hospitalares e higiênico-sanitárias e a aplicação da medicina preventiva (vacinação). No século XXI, essa redução se acentua como resultado da intensificação do declínio da mortalidade infantil.
2. A análise do comportamento das curvas relativas ao sexo feminino no indicador da **Educação no Brasil** revela que a parcela de mulheres com 11 anos ou mais de estudo representava pouco mais que 20% do total, em 1992, e chegou a 47,2%, em 2007, portanto, com grande crescimento. Porém, a análise do indicador de **Emprego no Brasil** permite concluir que, mesmo tendo aumentado o número de mulheres qualificadas, não aumentou muito a participação destas no mercado de trabalho, que é bem inferior à masculina.
3. C  
A redução percentual da população rural trabalhadora foi acompanhada por um crescimento proporcional de outros setores da economia, em especial das atividades do setor terciário.
4. Dentre os novos serviços impulsionados pelas tecnologias modernas destacam-se os associados à informática (programação, análise de sistemas, TI, telecomunicações, internet, etc.); ao comércio, em especial, o telecomércio e o marketing; ao setor bancário e financeiro, em especial no setor de automação; e ao setor de entretenimento, lazer e cultura, em especial por meio do computador e da TV. Na Região Sudeste a dinâmica desses setores modernos é explicada pela presença de elevada população urbana de alto poder aquisitivo, que usa esses serviços, constituindo-se em excelente mercado consumidor.
5. A  
Embora os números absolutos indiquem aumento da população, as taxas de crescimento vêm decaindo devido à urbanização que favorece o planejamento familiar e a queda da taxa de natalidade.
6. E  
Realmente o Brasil passou por um acelerado crescimento urbano, verificado nos últimos 50 anos, já que a parcela de população urbana saltou de 36%, em 1950, para mais de 80% na atualidade. Esse fenômeno teve entre suas causas a implantação do parque industrial, especialmente nas grandes cidades do centro-sul brasileiro. A expansão econômica que o país viveu nesse período, no entanto, não foi acompanhada de um equivalente desenvolvimento social, pois a renda produzida por essa industrialização concentrou-se cada vez mais, impedindo que uma expressiva parcela da população trabalhadora se beneficiasse dela. Assim, a exclusão social foi resultado da má distribuição da renda que marcou o processo de modernização econômica do país nas últimas décadas.

## 1. Considerando a equação química



- O aumento na intensidade da respiração diminui o teor de  $\text{CO}_2$  no sangue, o que provoca um deslocamento no equilíbrio acima para a esquerda, causando diminuição do nível de acidez do sangue (diminuição da concentração de  $\text{H}^+$ ), com elevação de seu pH.
- O aumento no teor de bicarbonato na urina diminui sua concentração no sangue, o que faz o equilíbrio inicial se deslocar para a direita, produzindo íons  $\text{H}^+$  e deixando o sangue mais ácido, ou seja, diminui seu pH.

2.  $[\text{H}^+] = 5 \cdot 10^{-8} \text{ mol/L}$ 

$$\text{pH} = -\log(5 \cdot 10^{-8})$$

$$\text{pH} = -(\log 5 + \log 10^{-8})$$

$$\text{pH} = -(0,7 - 8)$$

$$\text{pH} = 7,3$$

$$[\text{H}^+] = 3 \cdot 10^{-8} \text{ mol/L}$$

$$\text{pH} = -\log(3 \cdot 10^{-8})$$

$$\text{pH} = -(\log 3 + \log 10^{-8})$$

$$\text{pH} = -(0,5 - 8)$$

$$\text{pH} = 7,5$$

$$\text{Faixa: } 7,3 - 7,5$$

$$3. \text{ a) } K_c = \frac{[\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3\text{F}] \cdot [\text{OH}^-]}{[\text{F}^-]}$$

b) não desloca: I, V

desloca para a direita: III

desloca para a esquerda: II, IV

c)  $\text{pH} = 4,5$ ;  $\text{pOH} = 9,5$ ;  $[\text{OH}^-] = 10^{-9,5} \text{ mol/L}$  e  $[\text{H}^+] = 10^{-4,5} \text{ mol/L}$

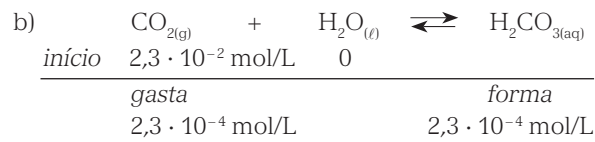
4. De acordo com o enunciado, no tratamento de água com resina de troca iônica, os íons indesejáveis devem ser removidos. Na solução aquosa inicial contendo cloreto de sódio e sulfato de cobre II, temos presentes as seguintes espécies iônicas:  $\text{Na}^+(\text{aq})$ ,  $\text{Cl}^-(\text{aq})$ ,  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$ ,  $\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$ ,  $\text{H}^+(\text{aq})$  e  $\text{OH}^-(\text{aq})$  (esses dois últimos provenientes da auto-ionização da água).

a) A passagem da solução pela resina do tipo I (removedora de cátions) faz com que  $\text{Na}^+(\text{aq})$  e  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$  sejam trocados por  $\text{H}^+(\text{aq})$ . O efluído conterá  $\text{H}^+(\text{aq})$ , além de  $\text{Cl}^-(\text{aq})$ ,  $\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$  e  $\text{OH}^-(\text{aq})$ .

b) O pH desse efluído será menor do que 7, devido à troca de  $\text{Na}^+(\text{aq})$  e  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$  por  $\text{H}^+(\text{aq})$ .

c) A passagem do primeiro efluído através da coluna preenchida com resina do tipo II faz com que os ânions  $\text{Cl}^-(\text{aq})$  e  $\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$  sejam retidos pela matriz polimérica.

d) O efluído da coluna com resina do tipo II terá pH igual a 7 (supondo-se eficiência total das resinas), pois as cargas positivas dos íons  $\text{Na}^+(\text{aq})$  e  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$  foram trocadas por  $\text{H}^+(\text{aq})$  e, em seguida, as cargas negativas dos íons  $\text{Cl}^-(\text{aq})$  e  $\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$  foram trocadas por  $\text{OH}^-(\text{aq})$ , resultando em um meio final neutro, com  $\text{pH} = 7$ .



$$\text{Eq.} \approx 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L} \quad \quad \quad 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$$



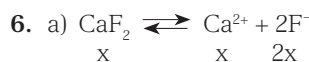
$$\text{Eq.} \quad 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L} \quad \quad \quad x \text{ mol/L} \quad \quad \quad x \text{ mol/L}$$

$$K_i = \frac{[\text{H}^+][\text{HCO}_3^-]}{[\text{H}_2\text{CO}_3]}$$

$$4,4 \cdot 10^{-7} = \frac{x \cdot x}{2,3 \cdot 10^{-4}}$$

$$x^2 = 1,012 \cdot 10^{-12}$$

$$x = 10^{-6} \text{ mol/L} = [\text{H}^+] \rightarrow \text{pH} = 6$$



$$K_{ps} = [\text{Ca}^{2+}][\text{F}^-]^2$$

$$3,2 \cdot 10^{-11} = (x) \cdot (2x)^2$$

$$32 \cdot 10^{-12} = 4x^3$$

$$8 \cdot 10^{-12} = x^3$$

$$x = 2 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$$

Para o íon fluoreto temos:

$$2x = 4 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \quad \text{---} \quad 1,0\text{L solução}$$

$$1 \text{ mol F}^- \quad \text{---} \quad 19\text{g}$$

$$4 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \quad \text{---} \quad x$$

$$x = 76 \cdot 10^{-4} \text{ g}$$

$$1,0\text{g} \quad \text{---} \quad 1000\text{mg}$$

$$76 \cdot 10^{-4} \text{ g} \quad \text{---} \quad x$$

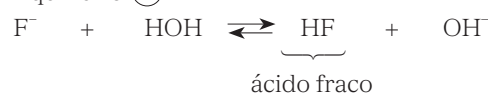
$$x = 76 \cdot 10^{-1} \text{ mg} = 7,6 \text{ mg}$$

$$7,6\text{mg de F}^- \quad \text{---} \quad 1,0\text{L de solução} = 10^3\text{g de solução} = 10^6\text{mg}$$

Assim, 7,6ppm.

b) Na dissolução do  $\text{CaF}_2$ , temos a hidrólise do fluoreto ( $\text{F}^-$ ), que pode ser representada pela equação:

Equilíbrio (I)

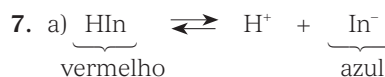


Ao serem adicionados sais de  $\text{Al}^{3+}$  à solução, eles se hidrolisam.

Equilíbrio (II)



Os íons  $\text{H}^+$  produzidos na hidrólise do  $\text{Al}^{3+}$  retiram  $\text{OH}^-$  (equilíbrio I), deslocando-o para direita, o que favorece a hidrólise do fluoreto e, conseqüentemente, o aumento da solubilidade do  $\text{CaF}_2$ .



A adição de um ácido irá aumentar a concentração de  $\text{H}^+$ , deslocando o equilíbrio para a esquerda e favorecendo a formação de HIn que apresenta cor vermelha.

b) O erro está na afirmação de que os sais ao serem dissolvidos não alteram a cor do indicador.

Existem sais que ao se hidrolisarem originam soluções ácidas ou básicas. Com isso alteram a cor do indicador.

Ex:  $\text{AgNO}_3$



## Gramática e Texto

1. A
2. a) A expressão com significado estabelecido é “atirar pérolas aos porcos”.  
b) Os dois segmentos expressam por meio de imagens concretas — ou seja, figuras — um mesmo conceito abstrato — um mesmo tema: a condenação do desperdício, do esforço inútil de oferecer serviços ou bens preciosos a um público que não saberia aproveitá-los ou reconhecer-lhes o valor. Portanto os significados dos segmentos reforçam-se mutuamente.
3. B
4. C

## Literatura

1. “Áporo” é o nome que se dá a um inseto cavador e também a um determinado tipo de orquídea. Em filosofia e matemática, o termo aporia ou aporismo é usado para designar uma situação, um problema difícil ou de resolução impossível.
2. O poema é composto na forma de soneto, com versos redondilhos menores (cinco sílabas poéticas). Tal aspecto formal evidencia uma proposta de renovação de formas tradicionais de composição pela abordagem de conteúdo denso, complexo e enigmático.
3. Drummond vale-se do recurso estilístico da **anadiplose**, que consiste na repetição da última palavra do verso anterior no começo do verso seguinte. O efeito de ritmo que se produz neste verso, que alterna sons fortes e fracos, lembra o martelar insistente do inseto, durante a escavação.
4. O verso pode relacionar-se a “áporo”, enquanto “sem poro”, que remete à idéia de algo sem saída. Etimologicamente, “áporo” significa “sem passagem”, que sugere a idéia de impasse, que percorre todo o livro *A rosa do povo*, dimensionando tanto a crise do indivíduo e da sociedade como da própria poesia.
5. A expressão pode sugerir o período totalitário em que vivia o Brasil, com o cerceamento da liberdade de expressão. Muitos intelectuais (como Graciliano Ramos e tantos outros) foram perseguidos e presos pela ditadura estadonovista de Getúlio Vargas.
6. Alguns críticos dão a este verso uma interpretação política, pois faria referência a Luís Carlos Prestes, o lendário “Cavaleiro da Esperança”, comandante da Coluna Prestes, que acabara de ser libertado pelo regime ditatorial. A figura histórica de Prestes, o maior líder comunista brasileiro, pode ser vista como uma espécie de “áporo”, que busca no subterrâneo da clandestinidade o caminho da liberdade na pátria sem saída em que se transformou o Brasil do Estado Novo getulista.
7. O “áporo”, após tanto cavar, transforma-se dialeticamente numa orquídea. Isso significa que, finalmente, conseguiu conquistar sua liberdade. Tal transformação representa a salvação para o homem oprimido, acuado e desencantado. Também pode representar o poema que acaba de ser composto, se se pensar no poeta e no impasse em que se encontra. A expressão “antieuclediana”, no penúltimo verso, tem o significado de algo antigeométrico, não exato, que contraria a precisão matemática, mas que constitui um milagre, que se produz sozinho, contra toda a razão da dinâmica histórica, pois contraria previsibilidade ao abrir-se como perspectiva revolucionária.
8. “Áporo”, um dos poemas mais estudados da Literatura Brasileira, ilustra os itens 5 (“O choque social”) e 9 (“tentativa de exploração e de interpretação do “estar-no-mundo”). Nessa leitura, de teor intensamente político e existencial, evidencia-se a temática do impasse: um inseto escava a terra, sem achar saída. Luta, por isso, desesperadamente, furando a terra, superando a pedra e a escuridão, enfrentando “minério”, “noite”, situações que sugerem dificuldade de penetração. Mesmo com todas essas barreiras, consegue, repentinamente, transformar-se numa orquídea. O poema pode ser visto também como exemplo do item 8 (“Exercício lúdico”) com as palavras, explorando as muitas possibilidades delas se transformarem em objetos do tecido poético. Pode também ser ilustrativo do item 1 (“um eu todo retorcido”), como espelho em que se reflete a imagem do próprio poeta sem esperança, perdido num labirinto, mas que encontra uma saída, no rumo da beleza, anunciada na metamorfose do inseto em orquídea. Além disso, pode-se ver nessa orquídea uma representação da poesia, o que a associar o texto ao item 7, que se refere ao jogo verbal próprio da poesia.

1. a) De acordo com a charge, os homossexuais reivindicam o direito ao casamento, à criação de filhos, ao serviço militar, assim como acesso a altos cargos governamentais.  
b) A personagem – representante da extrema direita – não percebe que os gays também são cidadãos, afirmando no último quadro que eles não têm os mesmos valores da maioria da população.
2. B
3. C
4. B
5. C
6. E